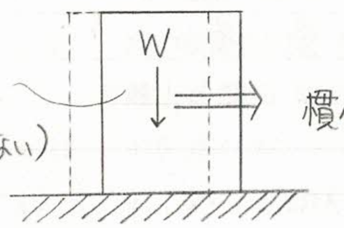
耐震構造

地震 ― 地盤がゆれる ―― 構造物の振動
振動

運動する物体

慣性力 $F = m\alpha$
（m：質量、α：加速度）



剛体（変形しない）

$W = mg$

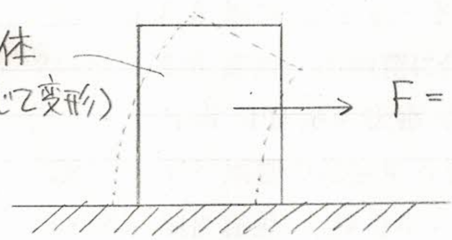
慣性力 $F = m\alpha$

$m = \frac{W}{g}$ ：質量

$g = 980\ \mathrm{cm/sec^2}$ ：動の加速度

地球上はほぼ一定

← 地動：加速度 α_g



弾性体（力に応じて変形）

→ $F = m\alpha$

この位置の加速度
建物の高さによって変動

← 地動：α_g

慣性力　地震力 … 地震によって構造物が受ける力（慣性力）

このカに対して、構造物は安全でなければならない

質量があってその力をうけたとき
その力に対する力

1 地震
2 振動論
3 構造の安全耐震性

明治以前 ～ 経験的、伝統的な手法

明治以降 ～ 科学技術の導入
（レンガ技術 → 組積造）　鉄、コンクリート etc の構造

大正12年（1923） 関東大震災 ―― 多大な被害・火災による被害が多かった。

大正13年（1924） 市街地建築物法の改正

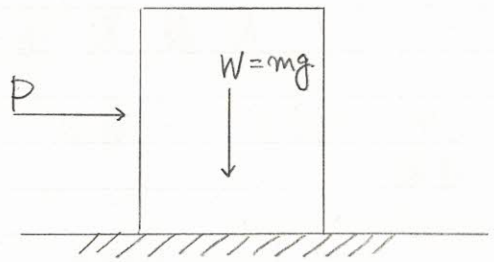
耐震規定を入れる
↓
耐震設計法の制定 ―― $\boxed{\text{震度法}}$

設計震度（k）の設定　$k \geq 0.1$

地震力 P（静的水平力）

$P = kW$　　$W = mg$ 重量

その1



地震力によって構造物の各部に応力が生じる　(M.N.Q)

σ … 垂直応力度　(kg/cm^2)
τ … 剪断応力度　(kg/cm^2)

構造物を構成する構造材にそれぞれ許容応力度を決めておく。
$\sigma_{許}$　$\tau_{許}$

$$許容応力度 = \frac{材料の強度}{安全率}$$

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_{設} \leqq \sigma_{許} \\ \tau_{設} \leqq \tau_{許} \end{array}\right\} を確認する$$

→ 耐震的に安全であることが保証される。

地震力：$P = kW = m\alpha$　慣性力
$W = mg$　　$\therefore \alpha = kg$

$$k = \frac{m\alpha}{W} = \frac{m\alpha}{mg} = \frac{\alpha}{g}$$　加速度

$\therefore \boxed{k = \frac{\alpha}{g}}$ ：震度 ―― 加速度の大きさを表わす

∴ 設計震度 → 与えるべき耐震性の大きさを示している。

その1

1923年 当時
建築物は剛と考えられた
変形しにくい。

→ 建物に生じる加速度は地動の加速度と同じ

関東大震災の観測より
地動の加速度の大きさ：300ガル 位と推定

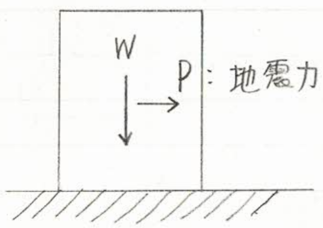
$1^{ガル} = 1^{gal} = 1^{cm/sec^2}$
$1g = 980\,gal$　　重力加速度の約 0.35倍

$k = \frac{\alpha}{g} = 0.3$　最大級の加速度

$$\left.\begin{array}{ll} 設計用震度 & k \geqq 0.1 \\ 材料の安全率 & 3と設定 \end{array}\right\} P = 0.1\,W$$

許容応力度設計法
↑を基準とする。
材料強度の $\frac{1}{3}$

設算外の余力もある。



地震力 $P \geqq k \cdot W$ に対して各部の応力が
材料の許容応力度を超えないことを確かめる。
材料ごとに決められている。

設計震度 $\boxed{k \geqq 0.1}$ でなければならない
市街地建築物法

地震の地動の最大加速度 300 gal と見込んだ。

$P = m \cdot \alpha = \frac{W}{g} \cdot \alpha$ ← $W = mg$

震度：$k = \frac{\alpha}{g}$ α 物体に生じる加速度 g 重力加速度

$1g = 980$ gal （約1000 gal）

$\alpha = 300$ gal のとき $k \fallingdotseq 0.3$

建物は剛であり、地動と同じ運動をすると想定

— 建物の最大加速度 300 gal

材料の安全率 ≒ 3

$k = 0.1$ で許容応力度設計法によっておけば、
$k = 0.3$（$\alpha = 300$ gal）のとき、ほぼ耐力
（建物の強さ）に達する。

昭和25年（1950）　建築基準法が制定 ← 市街地建築法が廃止されたことにより。
⇓ これにより
耐震設計法の改正

設計震度 $\boxed{k \geqq 0.2}$ でなければならない

0.1 から 0.2 にした理由

材料の許容応力度が（鉄や木材などの）、
約2倍に引き上げられたため。
⇑
安全率を低くした ← 材料の質がよくなった
ex) 鉄・コンクリート

耐震設計の考え方は不変
⇓

同じ事のくり返し

$k \geqq 0.2$　$k = 0.2$ あれば良いという形で運用される。
（構造安全性 と 経済性）
相反する条件

設計震度 k を大きくする程
建物は強くなる ——— 金がかかる

自由主義経済
・経済性の競争 → $k = 0.2$ あればよい

建築物の構造

近代建築の流れ —— 開口部の大きい自由な広い空間を指向していく

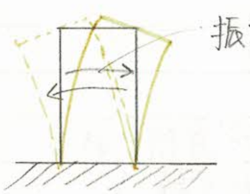
⇓

- 壁体が減少
- ラーメン構造の発達
- ピロティの流行

剛な構造から変形する構造へ変化していく（耐震壁だけしか残らない）

（しかし、法律は変わらない）

どんな建物でも $k = 0.2$ であればよい



振動 ｝加速度は高さ方向で一様ではない。

地動 — 建物の振動 —— 建物各部に加速度が生じる。

慣性力 → 地震力

建物のゆれ方

- 構造上の性質による
- 地盤の性質による

〉 定性的にはかなり早くからわかっていた。

定量的な把握は困難であった。

① 強震計の開発

SMAC 型，強震計 —— 感度の鈍い地震計

破壊的な地震波の記録をとるため.

—— 強震記録（地動）

	El. Centro	地震波形
	Taft	〃
	Tokyo	101
その他	Hachinohe Sendai Niigata	

建物の震動性状の記録.

② 電子計算機の発達

大量の計算を高速で行なうことが可能となる.

⇓

建物の振動性状の定量的把握が可能 ← 今までは不可能だった.

20年前位
10年位前に
せいかがまとめられる.

S56年 ： 建築基準法の改正
新耐震設計法施行

- 構造物の振動性状の把握
- 構造物の力学的性質
- 地盤も構造物との組み合わせ

〉→

⇒ 地震力の想定

☆ 構造物のゆれ方によって異なる

∴ $k = 0.2$ でよいわけではない

◦ 耐震設計の考え方

1) 常時 頻発する中小地震（震度5位）に対しては
構造物に破害を生じない

— 1次設計（弾性設計）
└ もとにもどる

2) 稀に生じる破壊的な大地震に対しては、構造物は
多少の被害は許すが、崩壊せず、人命に被害を与えない。

— 2次設計（塑性設計）
└ 崩壊するか否か

3の3

地震
地震の強さ と 大きさ

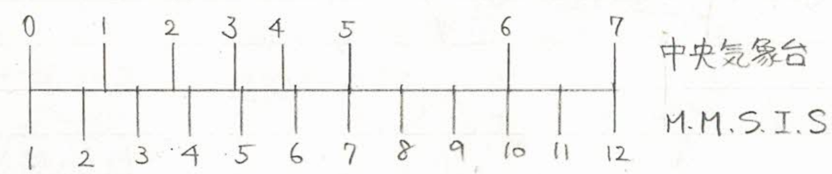
地震動の強さ の尺度 —— 震度階 震度

a) 中央気象台震度階（日本）

震度		地動の加速度	解説
0	無感	0 ～ 0.5 ガル	地震計のみに記録，人体に感じない
1	微震	0.5 ～ 2 〃	静止している人だけが感じる程度
2	軽 〃	2 ～ 8 〃	一般の人に感じる程度、戸や障子ががタがタ動く
3	弱 〃	8 ～ 32 〃	戸や障子が激しく動き、家が揺れるのがわかる。
4	中 〃	32 ～ 128 〃	家屋が激しくゆれる。器物は倒れる
5	強 〃	128 ～ 200 〃	壁にされつ，墓石の転倒，石がき，えん突の破壊
6	烈 〃	200 ～ 300 〃	家屋倒かい 30%以下，山崩れ崖崩れ盛土の被害
7	激 〃	300 ～ 500 〃	〃 30%以上 〃 地盤の変動，隆起 陥没

◦ 主観的な評価基準
あいまいさがある。

b) 修正メルカリ震度階（アメリカ）
M.M. S.I.S
Seismic Intensity Scale
1～12　12段階



その3

震度階 I ， 地動の加速度 α ← これが重要な値である。

a) 中央気象台震度階 I　　$\alpha = 0.45 \times 10^{\frac{1}{2}I}$ (ガル)
b) M.M.S.I.S.　I′　　$\alpha = 0.316 \times 10^{\frac{1}{3}I}$ (ガル)

1 ガル (gal)	=	1 cm/sec²
1 g	=	980 ガル

全かい率

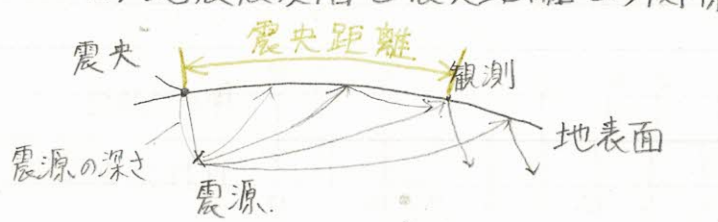
$$\boxed{\text{全かい率} = \frac{\text{全かい戸数}}{\text{総戸数}} \times 100^{(\text{ガル})}}$$

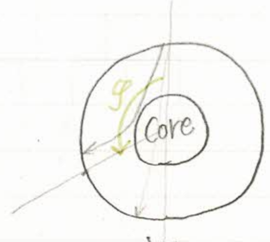
震度の強さの分布が関係

地震の大きさ
地震の規模の決定
1) 地震のエネルギー
地球表面上に生じる地震波から発生するエネルギー
及び，伝播の途中で失われるエネルギーを加算して
震源で発生したエネルギーを推定

エネルギーの大きさにより地震の大きさを評価

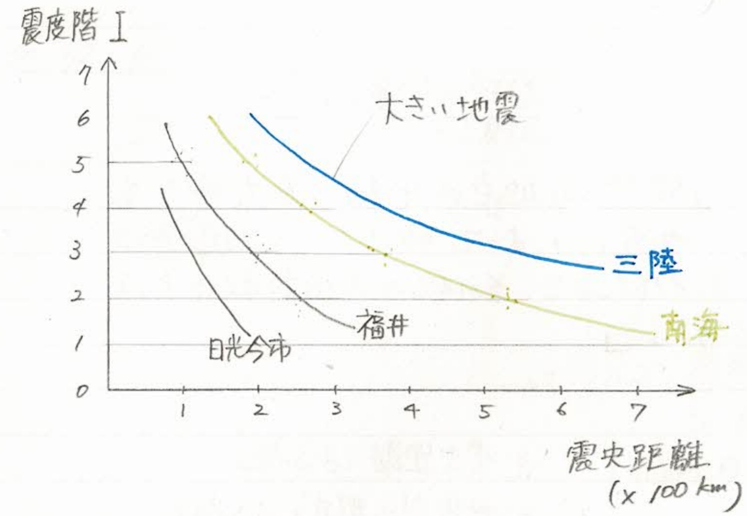
2) 地震震度階と震央距離との関係



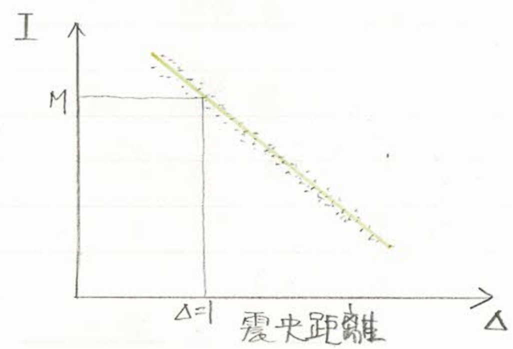


地球的

その3



3) Post-Card 法
アンケート調査 (Iの大きさ)



$I = a - b\Delta$
(Δ : 100 km 単位)

$\Delta = 1$ とおく
$I = a - b = M$ (マグニチュードに対応)

個人差，地域差，利害関係
個人の主観　　その他

4) 気象庁の分類

(1955〜1964)

1	顕著地震	$300^{km} < r$	421回	3.9%
2	やや 〃	$200 < r < 300$	362回	3.4%
3	小区域地震	$100 < r < 200$	1193回	11.1%
4	局発地震	$r < 100$	8749回	81.6%
5	無感地震	$r = 0$		

100%

r : 有感地震

5) マグニチュード M
(magnitude)　　リヒター教授の提案

「震源地 (震央) より 100 km の地点の地動の最大振巾を wood - Anderson 型 の地震計によって観測し、ミクロン単位 ($1\mu = 1 \times 10^{-4}$ cm) で表わしたとき、その値の常用対数をとって、マグニチュード M とする。」

a. 震央距離による補正
b. 地震計の型式による補正

$$\boxed{M = \log_{10} a_{Max}}$$

a_{Max} : ミクロン単位

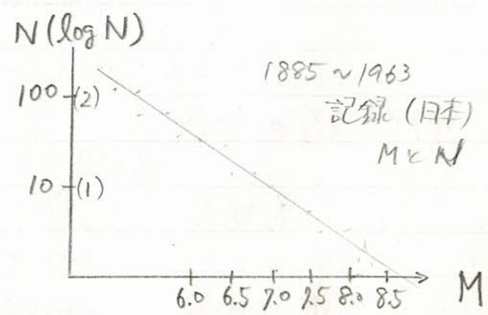
M の推定式 (日本における)

$$M = \log A + 1.73 \log \Delta - 0.83$$

A : 最大振巾 (ミクロン単位)
Δ : 震央距離 (キロメートル単位)

地震回数 (N) と M

$$\log \left(\frac{N}{79}\right) = 6.72 - 1.03M$$



地震のエネルギー E (エルグ erg)

$$\log E = 1.5M + 11.8$$

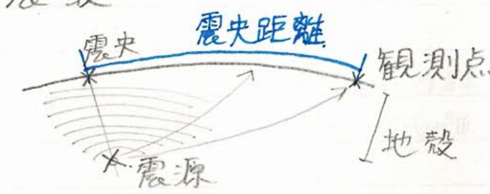
$M = 8.6$: $E_{Max} = 5 \times 10^{24}$ (erg)

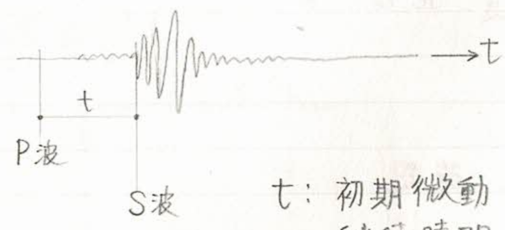
M_{max} : 8.5 ~ 8.6

(M が 1 大きくなれば E は 30倍になる)

関東大地震 (1923)　M = 7.9

地震波

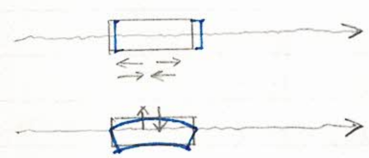




P 波 (Primary Wave) 縦波
S 波 (Secondary Wave) 横波

t : 初期微動継続時間

				波の速度
P 波 : 縦波	=	疎密波	容積変化あり	V_P
S 波 : 横波	=	振れ波	〃 なし	V_S



地震波進行方向

$$\frac{V_P}{V_S} = \sqrt{3}$$

$$t = \frac{d}{V_S} - \frac{d}{V_P} = d \, \frac{V_P - V_S}{V_S V_P}$$

$$d = \frac{V_P V_S}{V_P - V_S} \cdot t$$

No. 16

三の4

大森公式

$\Delta = k \cdot t$

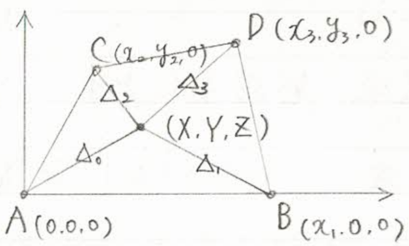
Δ : km（震源までのキョリ）
t : 秒（P-S 時）
$k = 7.42$

$\Delta = 100^{km} \sim 600^{km}$ のとき k は一定

1点観測

初動の方向と震央距離の推定

4点観測



A点	S-P時	t_0 秒	$\Delta_0 = k t_0$
B		t_1	$\Delta_1 = k t_1$
C		t_2	$\Delta_2 = k t_2$
D		t_3	$\Delta_3 = k t_3$

$$\left\{\begin{array}{l} \Delta_0 = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = k t_0 \\ \Delta_1 = \sqrt{(X-x_1)^2 + Y^2 + Z^3} = k t_1 \\ \Delta_2 = \sqrt{(X-x_2)^2 + (Y-y_2)^2 + Z^3} = k t_2 \\ \Delta_3 = \sqrt{(X-x_3)^2 + (Y-y_3)^2 + Z^3} = k t_3 \end{array}\right\}$$

X, Y, Z および k が求められる

No. 17

三の4

L波（Long Wave）；表面波

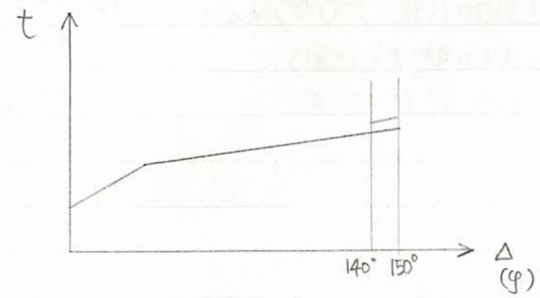
┌ 縦波と横波の組合せ

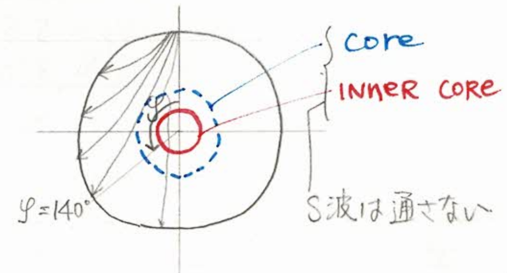
{ レーレー波（Raileigh Wave）〜弾性体の表面を伝わる波. 深さと共に急速に減衰
{ ラブ波（Love Wave）〜弾性的性質の異なる層が存在する時. その層内を伝わる波

└ 横波

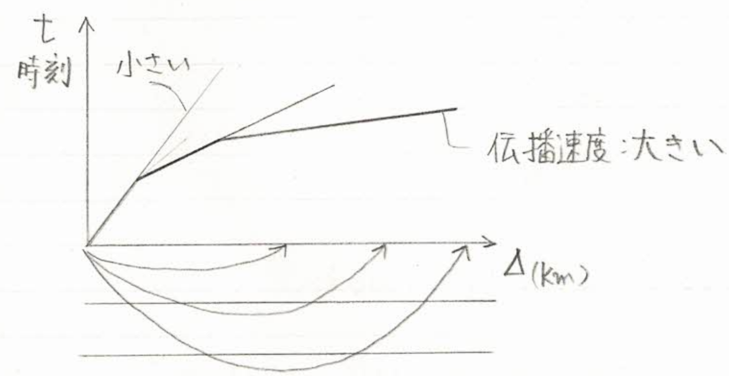
走時曲線

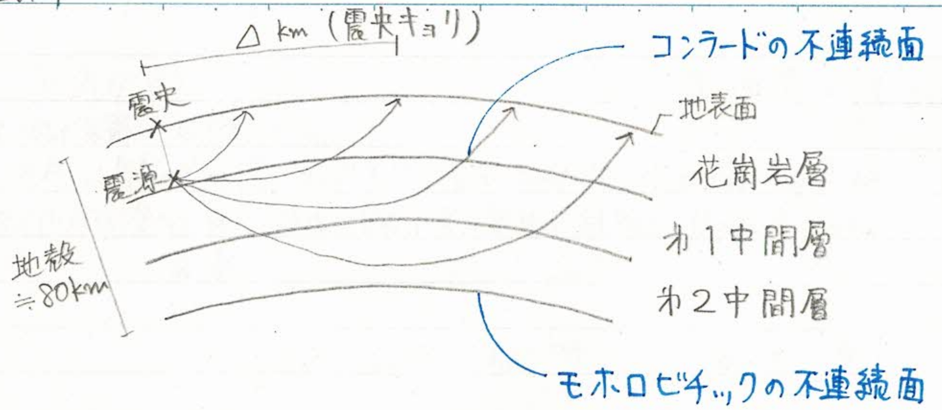
◦ 遠地地震





◦ 近地地震





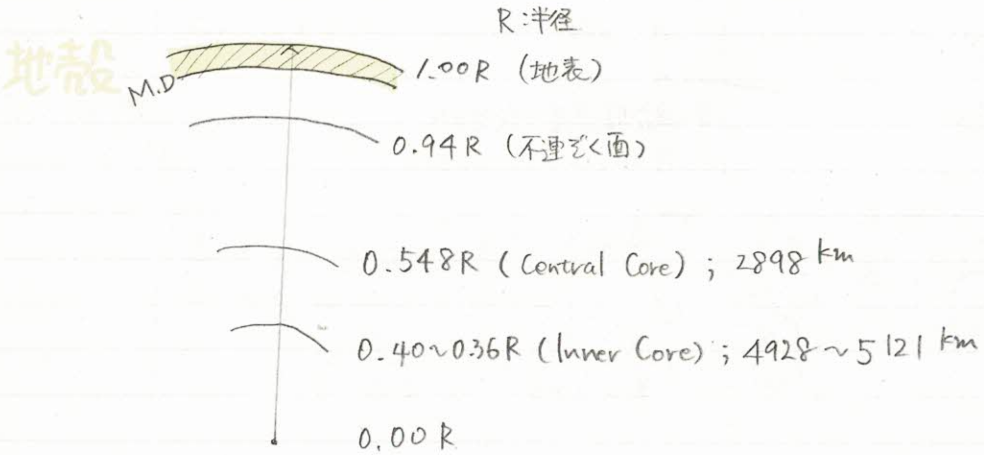
◈ カリフォルニア

			層厚
第1層	:	$V_P = 5.56 + 0.001\,h$ (km/sec)	18 km
2	:	$6.00 + 0.0095\,(h-18)$	22 km
3	:	$8.00 + 0.01\,(h-10)$	40 km

h : 深さ (km)

◈ 日本

第1層	:	$V_P = 5.0$ km/sec	$V_S = 3.15$ km/sec
2	:	6.2	3.7
3	:	7.5	4.5



地球の形状

赤道半径 a	極半径 b	$\frac{a-b}{a}$ (偏平率)
6377.397 km	6356.079 km	1/299
~	~	~
6378.388 km	6356.909 km	1/297

わずかな回転楕円体

地殻の変動

1. 地質時代よりの変動
   現在に至るまで、大きな変動をしている
   現在も緩やかに変動している

2. 測地学的変動
   地震の前後、火山の噴火などで
   地球表面は変動する.

地殻変動

1. 地質学的変動

地球誕生から現在までの変動

ギリシャ　Serapis 神殿の柱の蛎殻
地盤沈下 —— 再び隆起
(海中)

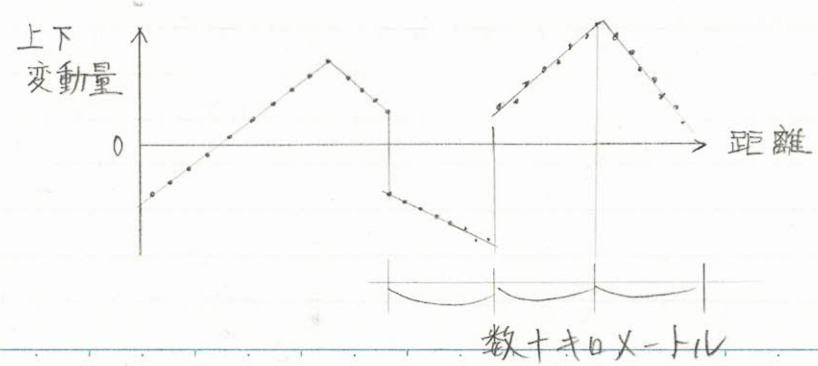
スカンジナビア半島
毎年、僅かに隆起を続けている。
氷河時代に堆積した氷が溶けて
徐々に地盤に対する圧力が解放され、
隆起している。
氷河時代より 270m 位隆起

アルプス山脈
地表面にできた皺(しわ)

Wegener：大陸移動説
アフリカ大陸の西海岸と南アメリカの東海岸の類似性。
海岸線の形状，地質，古生物，生物　etc.

2. 測地学的変動

測量 —— 定期的に実施



地球の表面

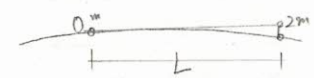
堆石岩、大成岩 その他が複雑に重なり合い，断層などで切り刻まれている。

—— 物理的・機械的性質は一様ではない。
—— そのため 地表面の動きは滑らかではない。

地表面は数十キロメートル単位のいくつかのブロック(地塊)から成り立っている。
地塊と地塊の境目はゆるく結合している。
相対運動はかなり自由に行なわれている。
ひとつのブロックの上下，傾きの運動は隣接ブロックにあまり拘束されない。

地面全体としての変形の限界

1923　関東大地震　　大磯・平塚で 2m 隆起



〈ひずみの割合〉

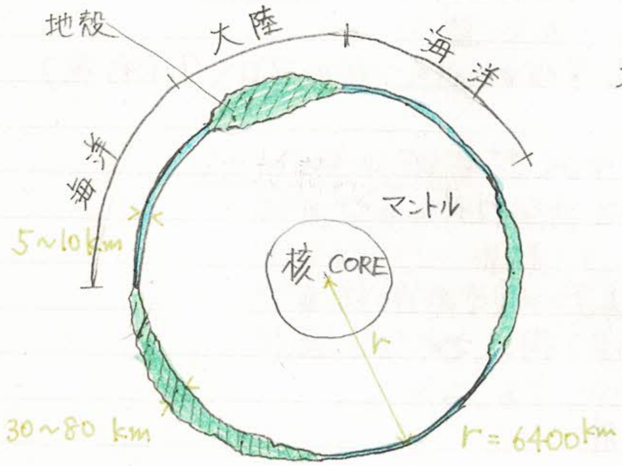
1923	関東大地震	$\frac{4}{100.000}$
1930	北伊豆地震	$\frac{2}{100.000}$
1927	丹後地震	$\frac{4}{100.000}$

その5

日本列島

40 km 単位のブロックの集りに分割
地震活動の消長の相関性を調べる.
4～5ブロック離れると相関性は認められない。

150 km ～ 200 km 程度の拡がり



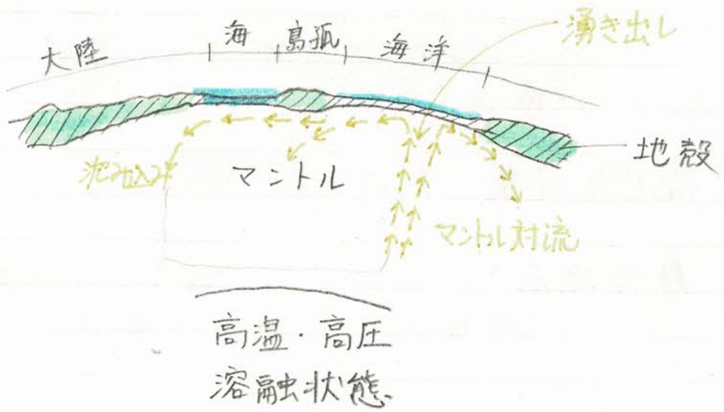
地球　平均密度　5.517 gr/km³

（質量　5.975×10^{27} gr
　体積　1.083×10^{27} m³）

	平均密度
地殻（花崗岩 その他）	2.7
マントル	3.0

内部 —— 非常に重い

地殻はマントルに浮かんでいる.



その5

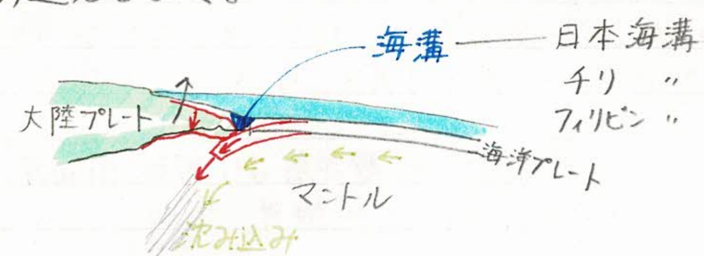
地殻

いくつかのプレートで構成されている.

マントル対流に乗って プレートは移動している。
⇒ 大陸移動説

地球表面上のいくつかの箇所で
湧き出している。

海洋底のプレートは大陸のプレートの下に
沈み込んでいく。



—— 大陸プレートは強制変形を受ける。
復元力が作用している。

弾性反撥 ⟶ 巨大地震の発生　　何十年に1回
何百年に1回

プレートテクトニクス　　70～80年
地震発生のメカニズム

日本, 静岡県

地殻変動

断層：土地が上下，水平に食いちがいを生じ
長く引続いて現われる

地割：断層の規模の小さいもの

隆起：

沈降：

津波

水 ― 流動的, 形は変え易い.
容積は変化しない.

容積変化 ― 水の縦波 (sea shock)
騒乱 ― 水の流れ (津波)
} 水の騒乱

地震に伴なう津波

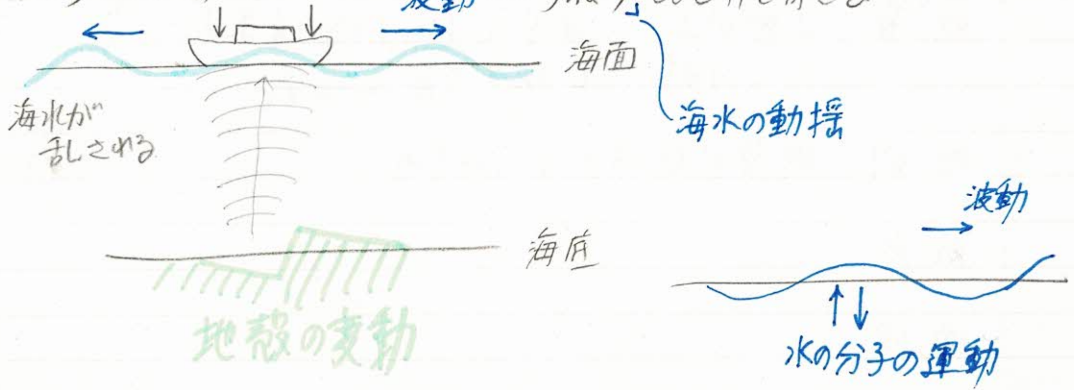
大洋の深い海溝に近い, 日本, チリなどで頻発
日本近海 ― 太平洋岸に多い.

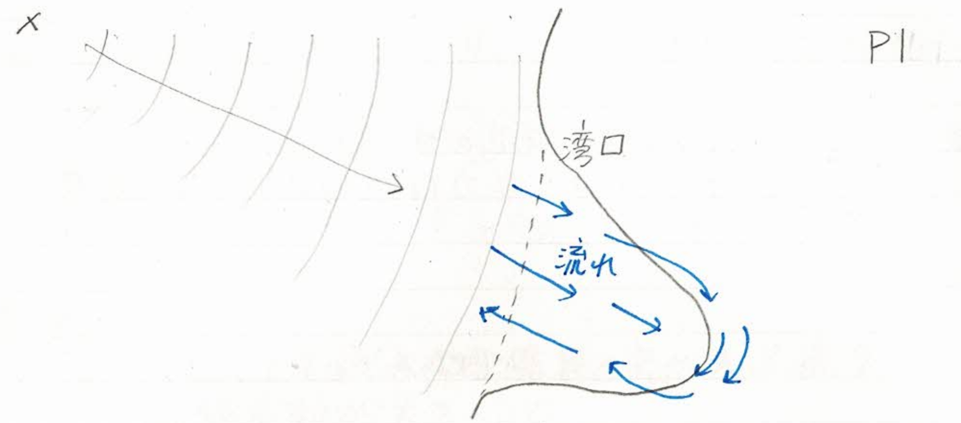
1. 九州, 四国, 紀伊半島より房総南海岸
2. 房総以北, 三陸海岸
3. 北海道の東海岸

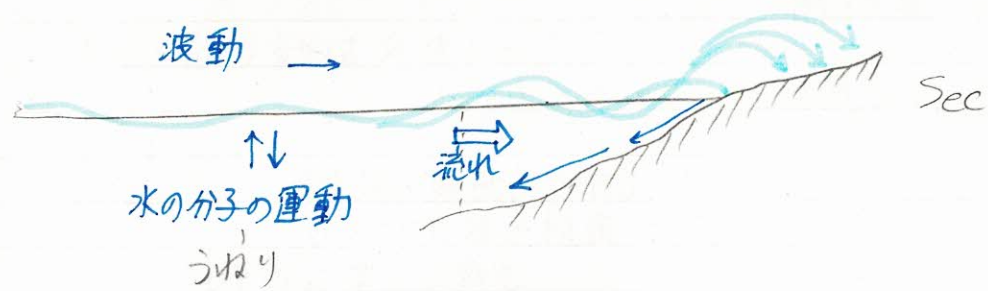
三陸大津波	流出及び全壊	死者	
明治 29.6.15 (1896)	66000戸	21953人	3.33 人/戸
昭和 8.3.3 (1933)	5000戸	3008人	0.6 人/戸

津波の襲来形式が同じ, 経験を活かした.

津波の襲来形式　波動 ―「うねり」として押し寄せる







海洋に湾が開いているとき, 湾口近くを水の上下動の節として, 水が動揺する.

湾独自の振動性と外からの水の運動との連成振動
地形条件

- V形湾 ― 湾奥に行くにしたがい波高は極めて大きい.

	入口		波高
姉吉	13m	→	21m
集	8m	→	23m

湾奥

- U形湾 15~20m
  - 大きい湾の中の V形湾, U形湾
    11m　8~9m

その6

海岸線 凹凸が少ないとき

海岸に一様に押し上げる海底のまさつ.
遠浅の処では.まさつにより勢力は衰える　　3^m 程度

細長い湾

湾口の波高：大　，湾奥では減衰

○ 津波の破壊作用

水の浮揚力 ＋ 流れの圧力

水の断面積に比例
流体の密度に比例
速度の2乗に比例

押寄せる水量 大きく，水の流速が大きいこと

津波の伝播

速度　$v_1 = \sqrt{gh}$　　(h：水深)

水分子の水平速度　$V_1 = \sqrt{gh} \cdot \frac{\eta}{h}$　　(η：波高)

[海の深さ：$h = 4000^m$，波高：$\eta = 1^m$
津波の周期：$T = 20^{分}$]

波長　$\lambda = v_1 T = 238^{km}$
$v_1 = 198$ m/sec
$V_1 = 5$ m/sec

その6

海の深さに比べて波高が十分小さいとは見なされないとき.

$$v_2 = \sqrt{gh}\left(1 + \frac{3}{2}\frac{\eta}{h}\right)$$

$$V_2 = \sqrt{gh}\,\frac{\eta}{h}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{\eta}{h}\right)$$

地震津波

1. 大きいエネルギーの津波は地震が大規模で
地殻変動が大きいこと.

2. 地殻変動は海底にあり深いこと
(乱される海水が大量である)

3. 海岸の地形条件に左右される.
リアス式海岸 (特にV形湾)

暴風津波

猛烈な低気圧によって生じる津波
海の表面が発達して高波となる.

(低気圧による海面の高まり
上げ潮と一致

津波の対策

防潮林・防波堤の設置
津波警報 ―― 避難
津波の襲来形式の調査，経験

その6

地震の発生する場所

a) 環太平洋地震帯

↺ カムチャッカ — 千島 — 日本 〈 台湾 — フィリピン / 小笠原 — マリアナ — グァム — 西カロリン 〉

— ニューギニア — フィジー, トンガ, ケルマデク — ニュージーランド —

— チリ, 南米海岸 — メキシコ — カリフォルニア — カムチャッカ ↺

耐震工学を研究している

b) アジア縦断地震帯

スペイン, 北アフリカ — パミール高原 < 扇状に分かれる
ユーゴ, トルコ

c) 大西洋の中部海澎

アメリカ大陸とアフリカ大陸の中間

日本列島

浅発地震　深さ 100km 未満　太平洋岸, 三陸沖

深発地震

- 宗谷深発地震帯（北海道 ～ シベリア）(深さ) 300 ～ 400 km
- 横断 〃 （満州, 中部, 近畿 ^小笠原）200 ～ 600 km

→ 建築の構造異なる.

その7

振動

構造物の自由振動

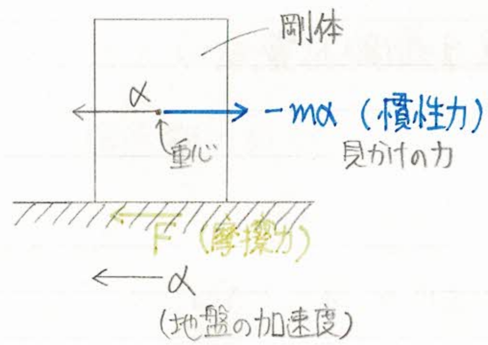
◎ 1. 慣性力

質量 m の質点に加速度 α を生じさせるには
$m\alpha$ に等しい力を作用させなければならない。
（ニュートンの第2法則）

{ 加速度 α を生じている質量 m の質点は
これに接している物体に $-m\alpha$ の力を及ぼす

ダランベールの原理

力 $-m\alpha$ を慣性力という



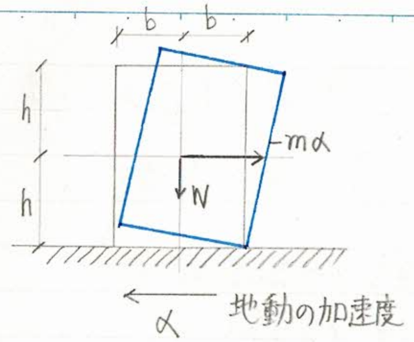
剛体 ～ 滑らず

$\boxed{\text{慣性力}}$ は地盤と剛体の間の $\boxed{\text{摩擦力}}$ とつり合う

$$F - m\alpha = 0$$

$$\underbrace{F}_{\text{マサツカ}} = \underbrace{m\alpha}_{\text{慣性力}}$$

慣性力 — 静的な力と考えて, 取扱うことが可能。



W：自重　　$W=mg$

C点のまわりのつり合い

$m\alpha\cdot h - Wb > 0$

— C点のまわりに回転をはじめる条件

$m\alpha h - mgb > 0$

$\boxed{\frac{\alpha}{g} > \frac{b}{h}}$

$\frac{\alpha}{g}$：震度（加速度の大きさ／一定）

α：地動の加速度

g：重力の加速度　（$g = 980$ cm/sec²）

墓石の転倒

b－h の関係

⟶ 地動の加速度が推定できる。

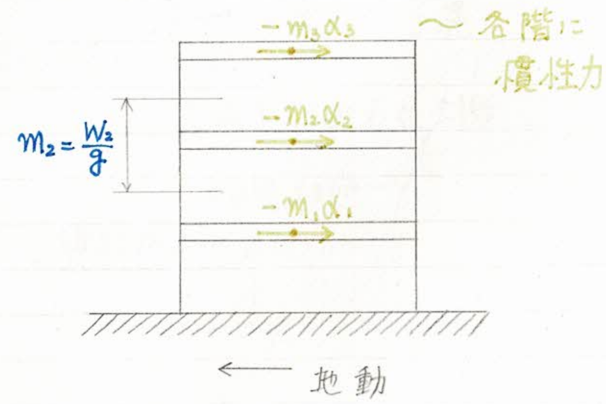
◦ 設計震度：設計上 想定する加速度の大きさ

◦ 震度階震度：地震の強さを表す階級

～震度の使いわけ（3つ）

◎ 2. 構造物のモデル化

振動問題に適した（理想化した）力学的モデルの作成



質量　$m = \frac{W}{g}$

⟶ 重量 W の分布

重量 W — 各層とも床面に集中して考えてもよい　┌80%

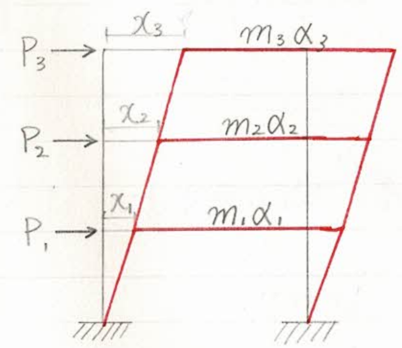
床面の重心の位置に作用

（柱・壁・間仕切り など
床面でない位置に分布する重量は
上下の床面に振り分ける。　└20%

重量は各層床位置に集中していると仮定

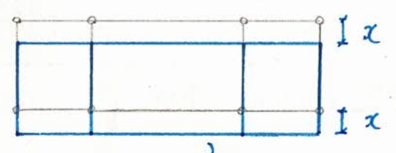
構造物の振動
↓
各層の変化の時間的変動
↑
構造物の剛さに関係
↓
バネに置換

強いバネ — 剛性の大きい場合
弱いバネ — 剛性の小さい場合



P_i：慣性力（$m_i\alpha_i$）
x_i：変位
時間

(a)



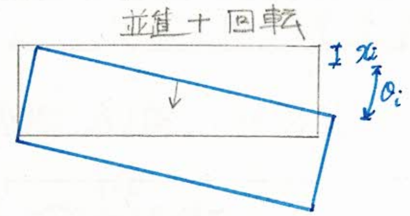
一様な並進運動

剛さの分布に偏(かたよ)りがない

各層の変位はその層の
どの場所でも一定

(b) (好ましくない)

並進 + 回転



(並進運動)
(回転運動)

なるべくさけるのが原則

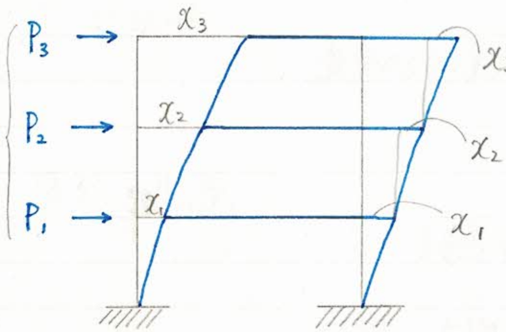
剛さの平面的な偏り

→ 回転運動
[ねじれ振動]

◆ 構造物の剛さ

力が作用 — 変形が生じる
(各層の変位)

P_iの分布



慣性力の分布(に近い)

層間変位 $\Delta x_i = \delta_i$

層せん断力 Q_i

大きくなる

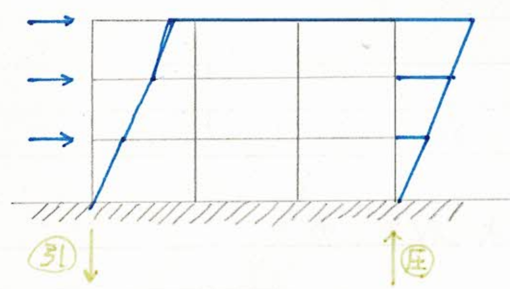
$$\begin{cases} Q_3 = P_3 \\ Q_2 = P_3 + P_2 \\ Q_1 = P_3 + P_2 + P_1 \end{cases}$$

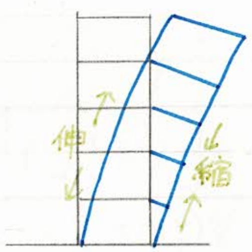
$$\boxed{\frac{Q_i}{\delta_i} = k_i}$$ (i層のバネの強さ)

各層の ＿ をバネの強さに置き換えて計算することができる

骨組の変形計算

柱の伸縮なしと仮定 — せん断形構造
柱の伸縮を考慮 — 曲げ形構造





せん断形　　曲げ形 (しなう様な振動)

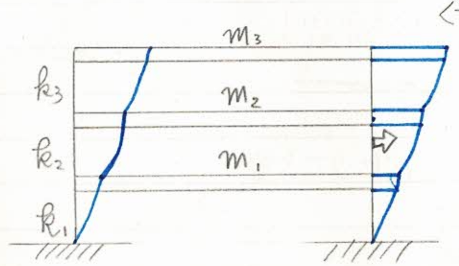
・床は水平に動く
・わずかに柱の伸縮 (小)

曲げせん断形

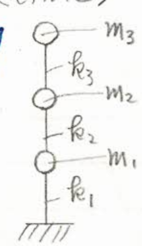
コンピューターによる計算

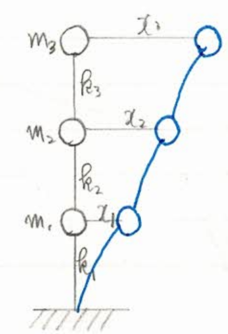
・床 … 斜め
・柱の伸縮 … 大

現在、コンピューターで両方を計算できる
∴ 曲げせん断形



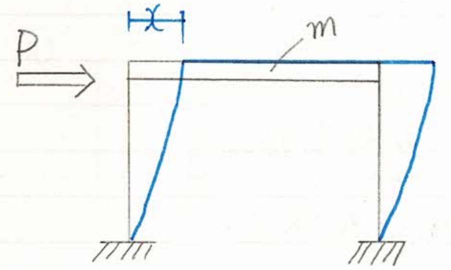
<モデル化>

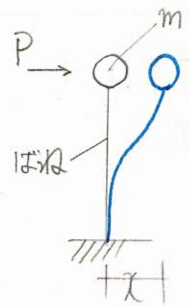




くしだんご形のモデル
に直す。
バネで結ばれている。
バネの強さで、
構造物の剛さがわかる。

その8



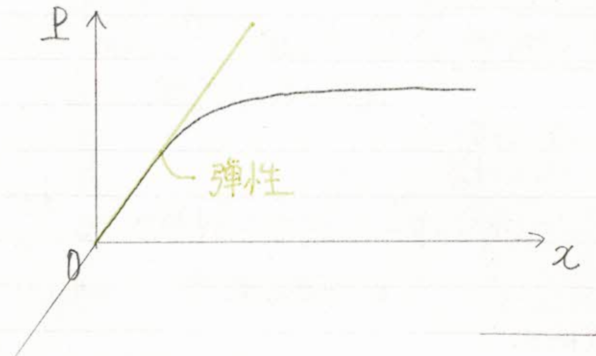


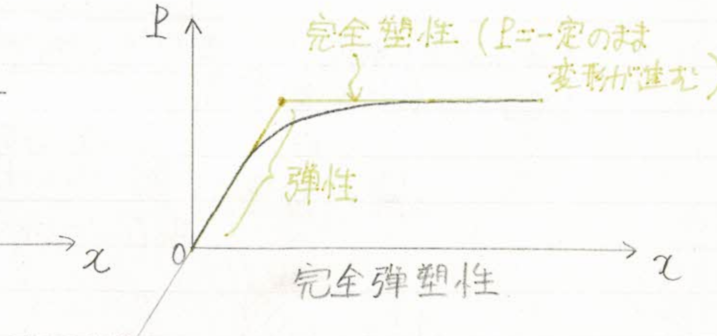
$P = k \cdot x$

$\boxed{k = \frac{P}{x} \ (t/cm)}$ ばね常数

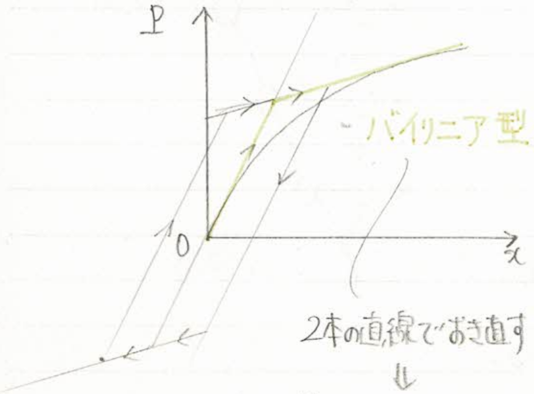
単位の水平変位を生じさせるために必要な力

水平力と水平変位の関係

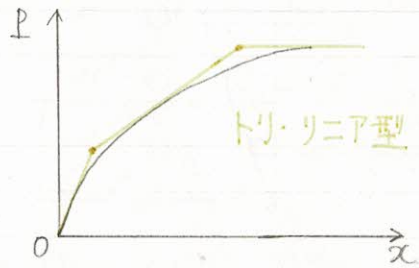




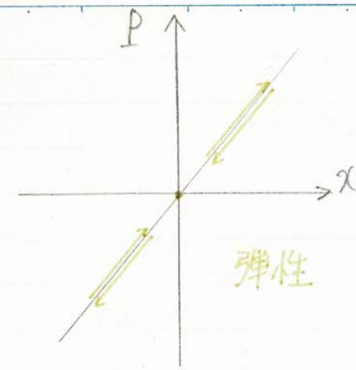
完全弾塑性

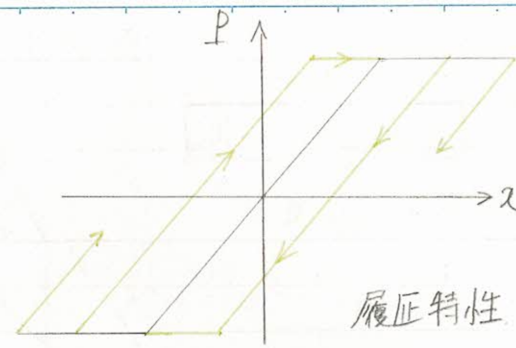


2本の直線でおき直す
⇓
計算しやすくする

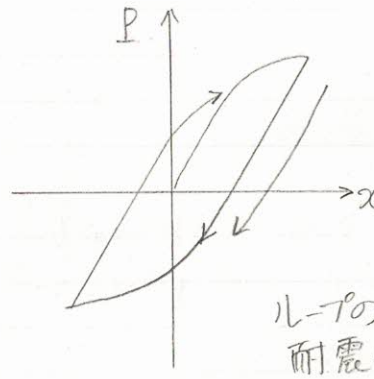


その8





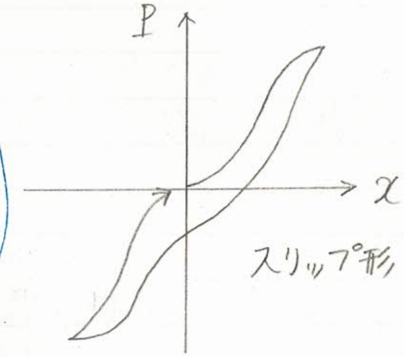
履歴特性



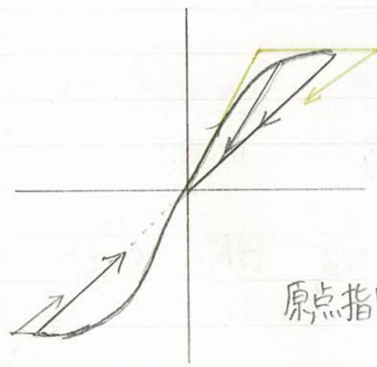
$\boxed{\text{復元力特性}}$：

紡錘形
−減衰性（大）.

ループのえがきが大きい程
耐震特性（良）



スリップ形

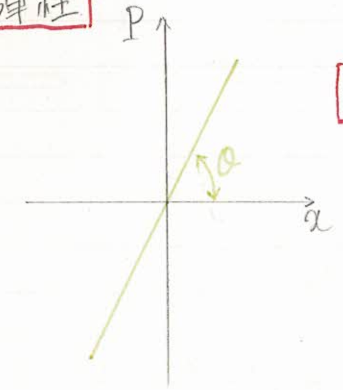


原点指向型

- 構造種別：RCか Sか PCか (SRC)
- 構造方式：ラーメンか トラスか

その8

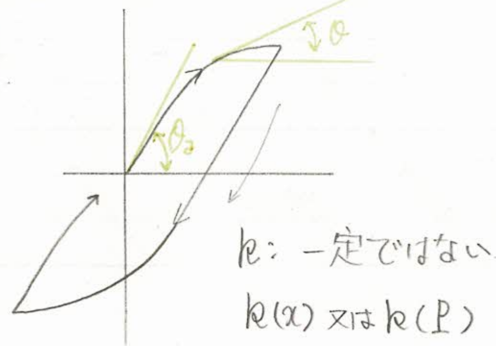
弾性



$\boxed{k} = \dfrac{P}{x}$ $\boxed{:一定}$

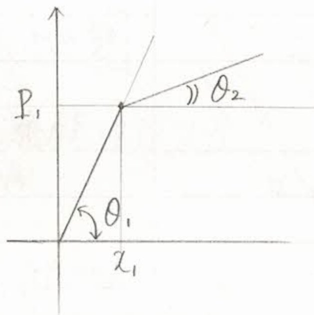
$= \tan\theta$

弾塑性



k: 一定ではない

$k(x)$ 又は $k(P)$

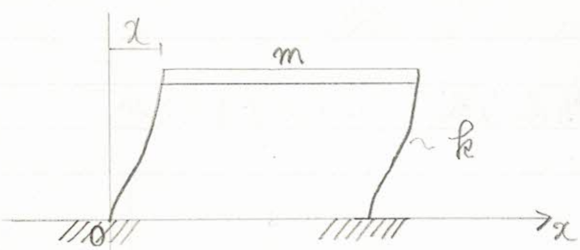


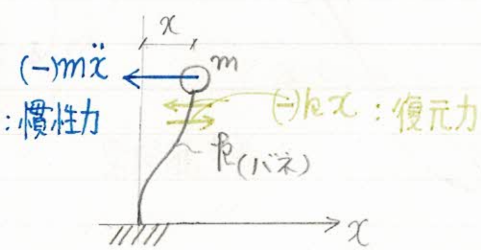
$k_1 = \tan\theta_1$

$k_2 = \tan\theta_2$

弾性振動

1質点系の自由振動





質量	m	
変位	x	
速度	v	$= \dfrac{dx}{dt} = \dot{x}$
加速度	α	$= \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

力のつり合い式

$\boxed{m\ddot{x} + kx = 0}$ …

… 1質点の振動方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

その8

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$\omega^2 = \dfrac{k}{m}$ とおく．

$x = e^{\lambda t}$ とおく

$\lambda^2 e^{\lambda t} + \omega^2 e^{\lambda t} = 0$

$\lambda^2 + \omega^2 = 0$ （特性方程式）

$\lambda^2 = -\omega^2$

$\lambda = \pm i\omega$

$\lambda_1 = i\omega$

$\lambda_2 = -i\omega$

$\therefore$ 解 $x = C_1 e^{i\omega t} + C_2 e^{-i\omega t}$ （C_1, C_2：積分定数）

$$\left.\begin{aligned} e^{iz} &= \cos z + i\sin z \\ e^{-iz} &= \cos z - i\sin z \end{aligned}\right\} \quad \cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, \quad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2}$$

$\boxed{x = A\cos\omega t + B\sin\omega t}$

（A, B：積分定数）

$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

$C_1 = \dfrac{A}{2} + \dfrac{B}{2}$

$C_2 = \dfrac{A}{2} - \dfrac{B}{2}$

☆ 初期条件 ： $t = 0$ のとき $x = x_0$, $\dot{x} = v_0$

$x = A\underbrace{\cos\omega t}_{1} + B\underbrace{\sin\omega t}_{0}$

$x_0 = A$

$\dot{x} = -A\omega\underbrace{\sin\omega t}_{0} + B\omega\underbrace{\cos\omega t}_{1}$

$v_0 = B\omega$

$B = \dfrac{v_0}{\omega}$

$\therefore\ x = x_0\cos\omega t + \dfrac{v_0}{\omega}\sin\omega t$ //

振動の周期

$\cos \omega t$, $\sin \omega t$ ： 周期関数

ωt ： 0から 2π まで変動するのに要する時間 T

周期 T

位相角 ωt

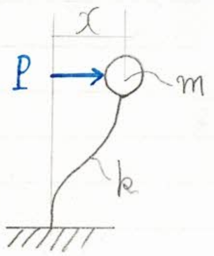
$\omega T = 2\pi$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \quad (秒)$$

固有周期 （m, k に関係）

ω ： 円振動数 —— 固有振動数

$f = \frac{1}{T}$ （cycle/sec）— 振動数

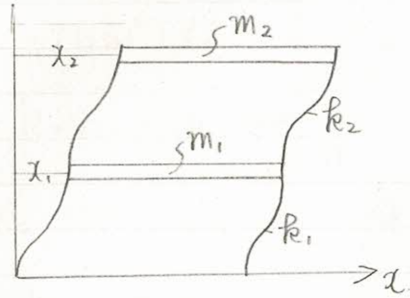


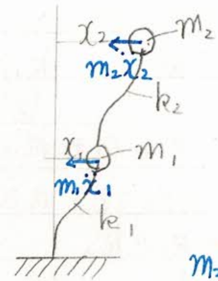
$P = W = mg$ （自重） を与えた時の変位 δ_s (cm)

$$k = \frac{P}{x} = \frac{mg}{\delta_s}$$

固有周期 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m\delta_s}{mg}}$

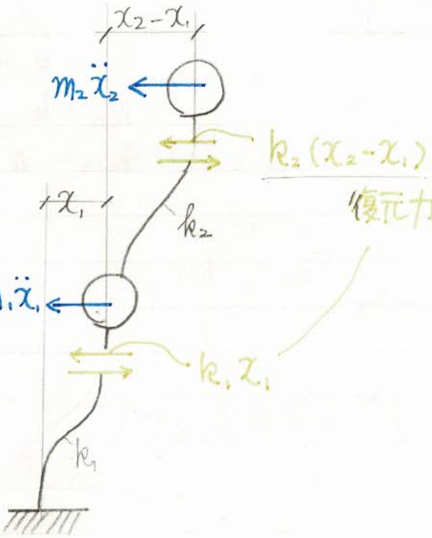
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\delta_s}{g}} \doteqdot \frac{1}{5}\sqrt{\delta_s}}$$





m_2の慣性力 $-m_2\ddot{x}_2$

m_1 〃 $-m_1\ddot{x}_1$



m_2の釣合式

$m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2-x_1) = 0$ —— ①'

m_1の釣合式

$m_1\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 + k_1x_1 = 0$ —— ②'

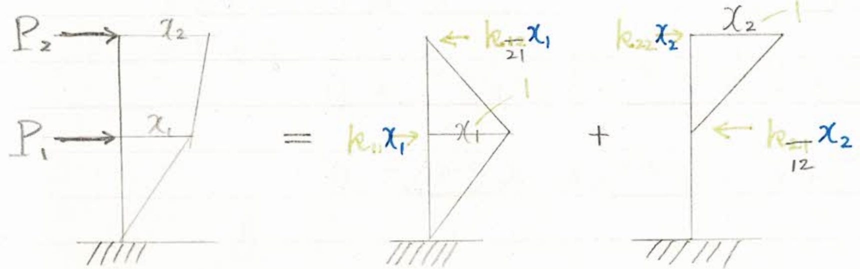
代入 $(m_2\ddot{x}_2 = -k_2(x_2-x_1))$

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 - k_2(x_2-x_1) = 0 \\ m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2-x_1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + k_{11}x_1 + k_{12}x_2 = 0 & —— ① \\ m_2\ddot{x}_2 + k_{21}x_1 + k_{22}x_2 = 0 & —— ② \end{cases}$$

ここで $k_{11} = k_1 + k_2$, $k_{12} = -k_2$

$k_{21} = -k_2$, $k_{22} = k_2$ とする

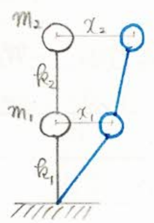


$P_2 = k_{21}x_1 + k_{22}x_2$ ← $-m_2\ddot{x}_2$

$P_1 = k_{11}x_1 + k_{12}x_2$ ← $-m_1\ddot{x}_1$

その9

2層構造物の自由振動



$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + k_{11}x_1 + k_{12}x_2 = 0 \\ m_2\ddot{x}_2 + k_{21}x_1 + k_{22}x_2 = 0 \end{cases}$$

$$k_{11} = k_1 + k_2$$
$$k_{12} = k_{21} = -k_2$$
$$k_{22} = k_2$$

$$[k] = \overset{\text{マトリックス}}{\begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{vmatrix}}$$ 剛性マトリックス (Stiffness Matrix)

$$\begin{cases} x_1 = X_1 e^{iwt} \\ x_2 = X_2 e^{iwt} \end{cases}$$ とおく

$$e^{iwt} = \overset{\text{実部}}{\cos wt} + i\overset{\text{虚部}}{\sin wt}$$

$$x_1 = A_1\cos wt + B_1\sin wt$$
$$x_2 = A_2\cos wt + B_2\sin wt$$

$$x_1 = X_1 e^{iwt}$$
$$\dot{x}_1 = X_1 (iw) e^{iwt}$$
$$\ddot{x}_1 = X_1 (iw)^2 e^{iwt} = -X_1 w^2 e^{iwt}, \quad \ddot{x}_2 = -X_2 w^2 e^{iwt}$$

運動方程式に代入

$$\begin{cases} -m_1 w^2 X_1 e^{iwt} + k_{11}X_1 e^{iwt} + k_{12}X_2 e^{iwt} = 0 \\ -m_2 w^2 X_2 e^{iwt} + k_{21}X_2 e^{iwt} + k_{22}X_2 e^{iwt} = 0 \end{cases}$$

その9

$$\begin{cases} (k_{11} - m_1 w^2) X_1 + k_{12} X_2 = 0 \\ k_{21} X_1 + (k_{22} - m_2 w^2) X_2 = 0 \end{cases}$$

X_1, X_2 が共に 0 ではない解が存在するためには.

$$\begin{vmatrix} k_{11} - m_1 w^2 & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} - m_2 w^2 \end{vmatrix} = 0$$ の条件が必要

w を求める次の式が導かれる.

$$(k_{11} - m_1 w^2)(k_{22} - m_2 w^2) - k_{12}k_{21} = 0$$ ～ 振動数方程式

w^2 の2次式を解いて w を求める

$$w^2 \longrightarrow w_1^2 \text{ or } w_2^2$$
$$w = \pm w_1, \pm w_2$$
負の w は意味はないので　$w = w_1, w_2$

$$m_1 m_2 w^4 - (m_1 k_{22} + m_2 k_{11}) w^2 + k_{11}\cdot k_{22} - k_{12}\cdot k_{21} = 0$$

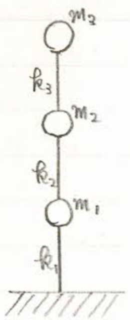
$w_1 < w_2$ として

w_1 … 1次振動数　$T_1 = \dfrac{2\pi}{w_1}$: 1次固有周期
w_2 … 2次 〃　$T_2 = \dfrac{2\pi}{w_2}$: 2次固有周期
$T_1 > T_2$

2質点系 $\longrightarrow w_1, w_2 \longrightarrow T_1, T_2$
n質点系 $\longrightarrow \underbrace{w_1, w_2 \cdots w_n}_{n\text{コ}} \longrightarrow T_1, T_2 \cdots T_n$

No. 42

その9



運動方程式

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + k_{11}x_1 + k_{12}x_2 + k_{13}x_3 = 0 \\ m_2\ddot{x}_2 + k_{21}x_1 + k_{22}x_2 + k_{23}x_3 = 0 \\ m_3\ddot{x}_3 + k_{31}x_1 + k_{32}x_2 + k_{33}x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = X_1 e^{-i\omega t} \\ x_2 = X_2 e^{-i\omega t} \\ x_3 = X_3 e^{-i\omega t} \end{cases}$$ とおく

$$\begin{cases} (k_{11} - m_1\omega^2)X_1 + k_{12}X_2 + k_{13}X_3 = 0 \\ k_{21}X_1 + (k_{22} - m_2\omega^2)X_2 + k_{23}X_3 = 0 \\ k_{31}X_1 + k_{32}X_2 + (k_{33} - m_3\omega^2)X_3 = 0 \end{cases}$$

振動数方程式

$$\begin{vmatrix} k_{11} - m_1\omega^2 & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} - m_2\omega^2 & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} - m_3\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

ω^2の3次式 —— $\omega_1, \omega_2, \omega_3$

$\omega = \pm\omega_1, \pm\omega_2, \pm\omega_3$

固有振動数　$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$

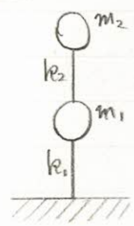
固有周期　$T_1 > T_2 > T_3$

1次　2次　3次

No. 43

その9

[計算]



重量：$W_2 = W_1 = 100^t$，$k_1 = 30^{t/cm}$，$k_2 = 20^{t/cm}$

質量：$m_2 = m_1 = \frac{100}{980}$ $[t\cdot cm^{-1}\cdot sec^2] \fallingdotseq 0.1$ $[t\cdot cm^{-1}\cdot sec^2]$

$\left(m_i = \frac{W_i}{g}\right)$　$1g = 980\ cm/sec^2$

$$\begin{cases} k_{11} = k_1 + k_2 = 50 \\ k_{12} = k_{21} = -k_2 = -20 \\ k_{22} = k_2 = 20 \end{cases}$$

代入

$$\begin{cases} (50 - 0.1\omega^2)X_1 - 20X_2 = 0 \\ -20X_1 + (20 - 0.1\omega^2)X_2 = 0 \end{cases}$$

$-5\omega^2 - 2\omega^2$

振動数方程式

$$(50 - 0.1\omega^2)(20 - 0.1\omega^2) - (-20)(-20) = 0$$
$$0.01\omega^4 - 7\omega^2 + 1000 - 400 = 0$$
$$\omega^4 - 700\omega^2 + 60000 = 0$$
$$(\omega^2 - 100)(\omega^2 - 600) = 0$$

$\therefore\ \omega^2 = 100$ or 600

$$\begin{cases} \omega_1 = 10 \\ \omega_2 = 10\sqrt{6} \end{cases} \qquad \begin{cases} T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0.628\ (秒) \\ T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0.256\ (秒) \end{cases}$$

より

質点2の振幅

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{50 - 0.1\omega^2}{20} = \frac{20}{20 - 0.1\omega^2}$$

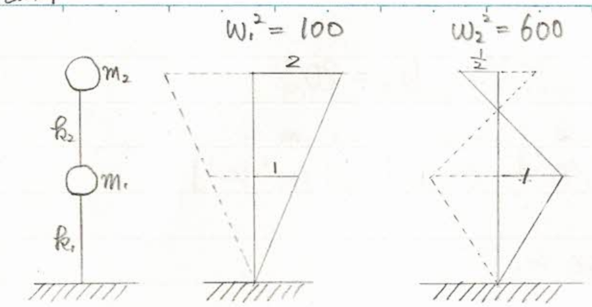
質点1の振幅

$\omega^2 = \omega_1^2 = 100$ のとき　$\boxed{\frac{X_2}{X_1} = \frac{40}{20} = \frac{20}{10} = 2}$

$\omega^2 = \omega_2^2 = 600$ のとき　$\boxed{\frac{X_2}{X_1} = \frac{-10}{20} = \frac{20}{-10} = -\frac{1}{2}}$

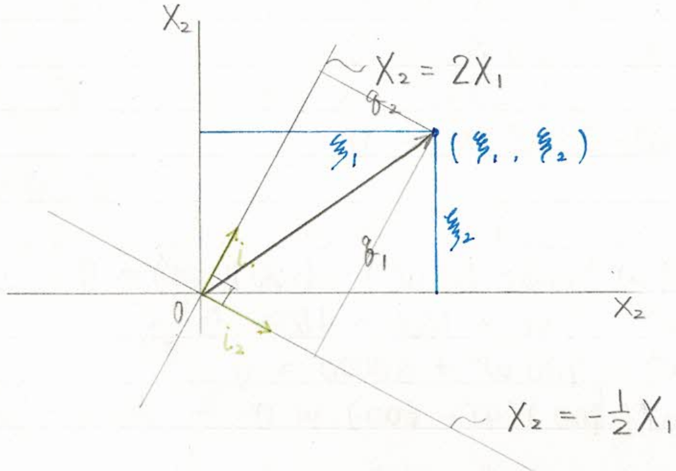
振幅比 $\frac{X_2}{X_1}$ は一定

309



基準振動形（又は固定形）

1次振動形　　2次振動形



2直線は直交している。

2直線上に長さ1のベクトル

i_1，i_2 をとる（単位ベクトル）

単位ベクトルの X_1軸，X_2軸に対する成分。

$$i_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \end{bmatrix} \quad i_2 = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$$

X_1方向の成分

X_2方向の成分

この場合

$i_1 \cdot i_2$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}}\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 0$$

この振動系の固有ベクトルという。

［マトリックスの計算］

ベクトル　$a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}$　　$b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix}$

a と b の内積

$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y$

内積が 0 であれば、
ベクトル a とベクトル b は
直交する。

30.C

任意の変位成分 ξ (ξ_1, ξ_2)

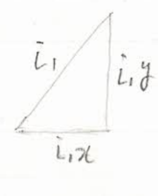
ベクトル：$\xi = q_1 \cdot i_1 + q_2 \cdot i_2$

（q_1 ：i_1に対する成分
q_2 ：i_2に対する成分

ξが与えられて、q_1，q_2 を求めるとき
両辺に i_1 又は i_2 を乗じて内積を求める。

○ $\xi \cdot i_1 = q_1 \cdot \underbrace{i_1 \cdot i_1}_{1} + q_2 \cdot \underbrace{i_2 \cdot i_1}_{0} = q_1$

$i_1 \cdot i_1 = 1$，$i_2 \cdot i_2 = 1$，$i_1 \cdot i_2 = 0$



$$i_1 = \begin{bmatrix} i_{1x} \\ i_{1y} \end{bmatrix}$$

$$i_1 \cdot i_1 = i_{1x} \cdot i_{1x} + i_{1y} \cdot i_{1y} = i^2 = 1$$

○ $\xi \cdot i_2 = q_2$

1次振動形　$X_1 = \begin{vmatrix} X_{11} \\ X_{21} \end{vmatrix}$

X_{ij}　i：層の番号　j：振動次数

2次振動形　$X_2 = \begin{vmatrix} X_{12} \\ X_{22} \end{vmatrix}$

運動方程式を満足するから

X_1に対して $\begin{cases} m_1 \omega_1^2 X_{11} = k_{11} X_{11} + k_{12} X_{21} \\ m_2 \omega_1^2 X_{21} = k_{21} X_{11} + k_{22} X_{21} \end{cases}$

X_2に対して $\begin{cases} m_1 \omega_2^2 X_{12} = k_{11} X_{12} + k_{12} X_{22} \\ m_2 \omega_2^2 X_{22} = k_{21} X_{12} + k_{22} X_{22} \end{cases}$

反復計算法　固有周期　Holzer法　減衰振動　構造物の振動　ロッキング振動